

Cálculo de la contribución de incertidumbre por estabilidad, homogeneidad e histéresis De acuerdo a DKD-R 5-7

Introducción.

La incertidumbre de la medición para la variable humedad relativa y temperatura del aire considera tres principales contribuciones, en primera instancia por parte del equipo de referencia o patrón de medida, en segundo lugar se encuentra el desempeño del instrumento bajo ensayo y por otra parte el comportamiento del volumen donde se generan las condiciones de medición y donde se ubican los equipos durante el estudio.

- **Contribución por histéresis**

Una de las componentes de la incertidumbre del equipo bajo ensayo es la histéresis, este parámetro hace referencia a la diferencia entre las indicaciones cuando una medida es alcanzada de forma ascendente o de forma descendente. Para cuantificar esta magnitud en la variable humedad relativa, se registra la indicación del menor valor de humedad relativa considerado para el proceso de calibración, luego se aumenta progresivamente la humedad en la cámara o contenedor registrando los puntos de la calibración según corresponda cuando se ha alcanzado la estabilidad dentro de la cámara y en la indicación del equipo. Una vez alcanzado el máximo valor de humedad relativa para la calibración en curso, se debe disminuir la humedad hasta el mínimo valor de la calibración antes registrado y debe registrarse nuevamente una vez que se encuentre estable el ambiente y la indicación del medidor. Finalmente, la diferencia entre los promedios de las indicaciones tomadas para el valor más bajo de humedad relativa corresponde a la histéresis del Instrumento Bajo Calibración (IBC).

$$histéresis = \overline{\%HR}_{desc} - \overline{\%HR}_{asc} \quad (1)$$

Esta medida pasa a formar parte del presupuesto de incertidumbre del equipo de la forma:

$$u_{histéresis} = \frac{|histéresis|}{\sqrt{12}} \quad (2)$$

El procedimiento para la estimación de este parámetro es análogo para la variable temperatura del aire.

Ejemplo:

En el siguiente ejemplo se debe realizar la Calibración de un termo higrómetro de acuerdo a requerimiento del cliente en los siguientes puntos:

10 %HR @ 23 °C

50 %HR @ 23 °C

90 %HR @ 23 °C

La estrategia de Calibración será realizar los puntos de manera ascendente 10%HR ; 50%HR y finalmente 90%HR , adicionalmente a ello, una vez realizada la toma de datos de 90%HR inmediatamente se realizará el proceso de Calibración nuevamente del punto 10%HR de manera descendente, con el objetivo de medir la contribución por Histéresis del IBC. Los resultados de las mediciones obtenidos de las dos mediciones de 10%HR @23 °C son los siguientes:

Tabla 1: Indicaciones del mínimo punto de humedad relativa, tomado de manera ascendente, entregadas por un termohigrómetro calibrado entre 10% y 90% en cámara climática

Indicación ascendente			
Temperatura dentro de la cámara	Humedad Relativa en la cámara	Temperatura indicada por IBC	Humedad Relativa indicada por IBC
°C	%HR	°C	%HR
23,00	9,997	22,9	10,5
23,00	9,995	22,9	10,5
23,00	9,994	22,9	10,5
23,00	9,997	22,9	10,5
23,00	10,01	22,9	10,5
23,00	10,01	22,9	10,5
23,00	10,02	22,9	10,5
23,00	10,02	22,9	10,5
23,01	10,01	22,9	10,5
23,01	9,996	22,9	10,5
23,00	9,997	22,9	10,5

Tabla 2: Indicaciones del mínimo punto de humedad relativa, tomado de manera descendente, entregadas por un termohigrómetro calibrado entre 10% y 90% en cámara climática.

Indicación descendente			
Temperatura dentro de la cámara	Humedad Relativa en la cámara	Temperatura indicada por IBC	Humedad Relativa indicada por IBC
°C	%HR	°C	%HR
22,99	9,998	22,9	10,7
22,99	10,00	22,9	10,7
22,99	9,997	22,9	10,7
22,99	10,00	22,9	10,7
23,00	10,00	22,9	10,7
22,99	10,00	22,9	10,7
22,98	10,00	22,9	10,7
22,99	10,00	22,9	10,7
22,98	10,00	22,9	10,7
22,99	10,00	22,9	10,7
22,99	9,998	22,9	10,7

Se calcula el promedio de las indicaciones de humedad relativa en el Instrumento Bajo Calibración (IBC) y se obtiene:

$$\overline{\%HR}_{asc} = 10,5 \%$$

$$\overline{\%HR}_{desc} = 10,7 \%$$

Luego la histéresis será:

$$\begin{aligned} \text{histéresis} &= \overline{\%HR}_{desc} - \overline{\%HR}_{asc} \\ &= 10,7\% - 10,5\% \\ &= 0,2\% \end{aligned}$$

Y la contribución a la incertidumbre viene dado por:

$$\begin{aligned} u_{\text{histéresis}} &= \frac{\text{histéresis}}{\sqrt{12}} \\ &= \frac{0,2\%}{\sqrt{12}} \\ &= 0,0577\% \end{aligned}$$

Por otra parte, para determinar las contribuciones a la incertidumbre por el comportamiento del volumen donde se generan las condiciones de medición y que contiene a los equipos durante la calibración, se debe realizar un proceso de caracterización del mismo previo a las mediciones.

Para la caracterización se deben distribuir sensores de temperatura abarcando todo el volumen útil empleado para las mediciones. La cantidad de sensores a distribuir dependerá del tamaño del contenedor, de entre ellos se escogerá uno como referencia, típicamente ubicado en el centro del volumen. En la figura 1 se muestra un esquema de una cámara climática con una distribución de 9 sensores de temperatura donde el sensor rotulado como número 9 correspondería a la referencia, junto a él se posiciona un medidor de punto de rocío, magnitud que, relacionada con temperatura ambiente de acuerdo a la ecuación 3, permite conocer la humedad relativa en cada punto monitoreado.

$$\%HR = \frac{\exp(\sum_{i=0}^6 a_i T_d^{i-2} + a_7 \ln T_d)}{\exp(\sum_{i=0}^6 a_i T^{i-2} + a_7 \ln T)} * 100\% \quad (3)$$

Donde T_d es la temperatura de punto de rocío, T la temperatura del aire dentro de la cámara, ambas temperaturas deben ser consideradas en grados Kelvin dentro de la ecuación, y a_i son las constantes de Hardy cuyo valor se muestra en la tabla 3

Tabla 3: Constantes de Hardy

a_0	-2,837E+03
a_1	-6,028E+03
a_2	1,954E+01
a_3	-2,738E-02
a_4	1,626E-05
a_5	7,023E-10
a_6	-1,868E-13
a_7	2,715E+00

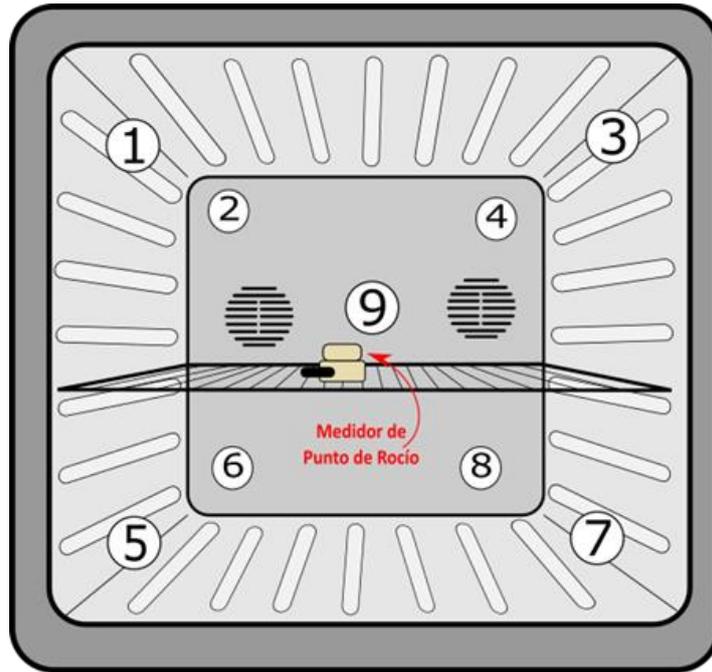


Figura 1: Esquema de distribución de sensores de temperatura y medidor de punto de rocío para caracterización del volumen útil de una cámara climática. Los números de 1 a 9 representan la ubicación de los sensores de temperatura distribuidos dentro de la cámara

La caracterización debe realizarse para puntos de temperatura y humedad relativa de trabajo de la cámara o contenedor y se realiza con el volumen sin carga, esto es sin equipos de medición.

• Contribución por estabilidad

La estabilidad del volumen utilizado está determinada a partir de las variaciones temporales de humedad o temperatura en un periodo de tiempo de al menos 30 minutos tras obtener condiciones de estabilidad dentro de la cámara. Para la medición de la estabilidad deben registrarse al menos 30 mediciones en un periodo de 30 minutos.

La máxima desviación respecto del promedio temporal (\bar{T} ó $\overline{\%HR}$) dentro del período registrado corresponde a la estabilidad del volumen en caracterización.

$$|T_{est}| = \text{máx}|\bar{T} - T_i| \quad (4)$$

$$|\%HR_{est}| = \text{máx}|\overline{\%HR} - \%HR_i| \quad (5)$$

Mientras que la incertidumbre asociada a este parámetro estará dada por:

$$u(T_{est}) = \frac{|T_{est}|}{\sqrt{3}} = \frac{\text{máx}|\bar{T} - T_i|}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

$$u(\%HR_{est}) = \frac{|\%HR_{est}|}{\sqrt{3}} = \frac{\text{máx}|\overline{\%HR} - \%HR_i|}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

- **Contribución por inhomogeneidad o gradiente**

La inhomogeneidad espacial o gradiente se determina como la máxima desviación de temperatura o humedad relativa entre una esquina o pared y la medición de referencia ubicada típicamente en el centro del volumen de uso, esto es:

$$|T_{grad}| = \text{máx}|T_{ref} - T_i| \quad (8)$$

$$|\%HR_{grad}| = \text{máx}|\%HR_{ref} - \%HR_i| \quad (9)$$

Para la incertidumbre asociada a esta cantidad se considera una distribución de probabilidad rectangular, con lo que se tiene:

$$u(T_{grad}) = \frac{|T_{grad}|}{\sqrt{3}} = \frac{\text{máx}|T_{ref} - T_i|}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

$$u(\%HR_{grad}) = \frac{|\%HR_{grad}|}{\sqrt{3}} = \frac{\text{máx}|\%HR_{ref} - \%HR_i|}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

Ejemplo:

Considérese un volumen con 5 sensores distribuidos como se muestra en la figura 2, donde el sensor número 5 corresponde a la referencia y junto a él se ubica un medidor de punto de rocío. En la tabla 4 se muestran 10 mediciones para la temperatura registradas por cada sensor durante una caracterización en temperatura.

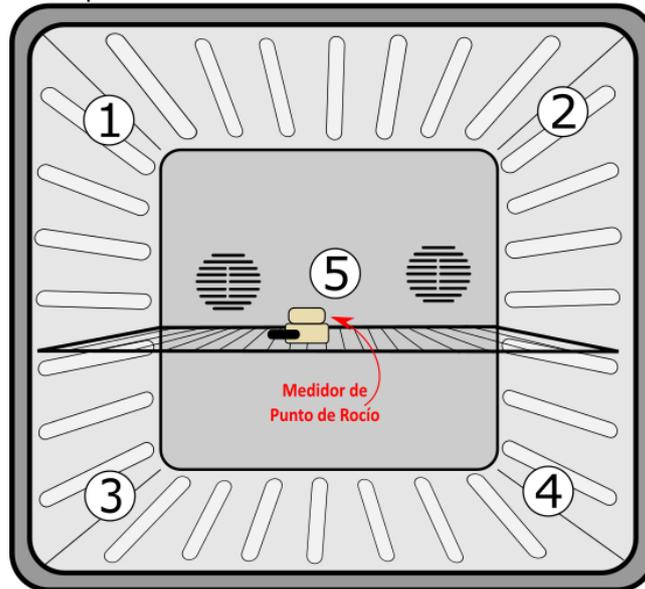


Figura 2: Volumen a caracterizar con distribución de 5 sensores de temperatura y un medidor de punto de rocío.

Tabla 4: Temperatura del aire registrada por cada sensor dentro del volumen para una temperatura nominal de 15°C

Sensor 1 [°C]	Sensor 2 [°C]	Sensor 3 [°C]	Sensor 4 [°C]	Sensor 5 (ref.) [°C]
15,098	14,988	14,785	15,203	15,002
15,099	14,987	14,788	15,208	15,005
15,100	14,981	14,790	15,210	15,004
15,105	14,981	14,793	15,215	15,001
15,111	14,984	14,795	15,220	14,999
15,108	14,987	14,800	15,224	14,998
15,105	14,994	14,801	15,222	14,995
15,096	14,996	14,800	15,220	15,000
15,094	14,996	14,802	15,217	15,000
15,095	14,998	14,800	15,215	15,002

En primer lugar, se calculan los promedios temporales para las mediciones registradas en la tabla 4 y se obtienen los valores de la tabla 5.

Tabla 5: Promedios temporales de las mediciones realizadas por los sensores 1, 2, 3, 4 y 5

Promedio Sensor 1 [°C]	Promedio Sensor 2 [°C]	Promedio Sensor 3 [°C]	Promedio Sensor 4 [°C]	Promedio Sensor 5 [°C]
15,1011	14,9892	14,7954	15,2154	15,0006

Luego se determinan las diferencias de cada temperatura registrada por los sensores con su respectivo promedio temporal, obteniendo:

Tabla 7: Diferencias de las temperaturas registradas por cada sensor con su promedio.

$ \bar{T}_1 - T_{1,i} $ [°C]	$ \bar{T}_2 - T_{2,i} $ [°C]	$ \bar{T}_3 - T_{3,i} $ [°C]	$ \bar{T}_4 - T_{4,i} $ [°C]	$ \bar{T}_5 - T_{5,i} $ [°C]
0,0031	0,0012	0,0104	0,0124	0,0014
0,0021	0,0022	0,0074	0,0074	0,0044
0,0011	0,0082	0,0054	0,0054	0,0034
0,0039	0,0082	0,0024	0,0004	0,0004
0,0099	0,0052	0,0004	0,0046	0,0016
0,0069	0,0022	0,0046	0,0086	0,0026
0,0039	0,0048	0,0056	0,0066	0,0056
0,0051	0,0068	0,0046	0,0046	0,0006
0,0071	0,0068	0,0066	0,0016	0,0006
0,0061	0,0088	0,0046	0,0004	0,0014

Finalmente, la máxima diferencia entre las mediciones corresponde al valor 0,0124, y la incertidumbre asociada a la estabilidad del volumen de medición será:

$$u(T_{est}) = \frac{\max|\bar{T} - T_i|}{\sqrt{3}} = \frac{0,0124}{\sqrt{3}} = 0,007159143[^\circ\text{C}]$$

$$u(T_{est}) \approx 0,007[^\circ\text{C}]$$

Por otra parte, para determinar el gradiente o inhomogeneidad del volumen se determinan las diferencias de las mediciones con respecto a la referencia, obteniendo los valores de la tabla 8

Tabla 8: Diferencias de temperatura entre las mediciones de cada sensor con respecto a la medición del sensor de referencia.

$ T_{ref,i} - T_{1,i} $ [°C]	$ T_{ref,i} - T_{2,i} $ [°C]	$ T_{ref,i} - T_{3,i} $ [°C]	$ T_{ref,i} - T_{4,i} $ [°C]
0,096	0,014	0,217	0,201
0,094	0,018	0,217	0,203
0,096	0,023	0,214	0,206
0,104	0,020	0,208	0,214
0,112	0,015	0,204	0,221
0,110	0,011	0,198	0,226
0,110	0,001	0,194	0,227
0,096	0,004	0,200	0,220
0,094	0,004	0,198	0,217
0,093	0,004	0,202	0,213

Donde la mayor diferencia resulta ser 0,227, obteniendo así una contribución de incertidumbre de:

$$u(T_{grad}) = \frac{\max|T_{ref} - T_i|}{\sqrt{3}} = \frac{0,227}{\sqrt{3}} = 0,131058511 [^\circ\text{C}]$$

$$u(T_{grad}) \approx 0,131 [^\circ\text{C}]$$

El procedimiento es análogo para la caracterización en humedad relativa, donde se debe utilizar la ecuación 3 para relacionar la medición en punto de rocío y temperatura ambiental, con lo que se obtiene el valor de humedad relativa en cada punto de medición del volumen útil.

Tabla 8.A: Temperatura del aire registrada por cada sensor dentro del volumen para una temperatura nominal de 23°C y 50 % HR.

Sensor 1 [°C]	Sensor 2 [°C]	Sensor 3 [°C]	Sensor 4 [°C]	Sensor 5 (ref.) [°C]	Temperatura Punto de rocío °C td
23,098	22,988	22,785	23,203	23,002	12,12
23,099	22,987	22,788	23,208	23,005	12,10
23,110	22,981	22,790	23,210	23,004	12,05
23,105	22,981	22,793	23,215	23,001	12,08
23,111	22,984	22,795	23,220	22,999	12,10
23,108	22,987	22,800	23,224	22,998	12,12
23,105	22,994	22,801	23,222	22,995	12,13
23,096	22,996	22,800	23,220	23,005	12,14
23,094	22,996	22,802	23,217	23,006	12,15
23,095	22,998	22,800	23,215	23,002	12,13

Tabla 9.A: Temperatura del aire registrada por cada sensor dentro del volumen para una temperatura nominal de 23°C y 50 % HR. (Equivalencia en K).

Sensor 1 [K]	Sensor 2 [K]	Sensor 3 [K]	Sensor 4 [K]	Sensor 5 (ref.) [K]	Temperatura Punto de rocío K td
296,248	296,138	295,935	296,353	296,152	285,27
296,249	296,137	295,938	296,358	296,155	285,25
296,260	296,131	295,940	296,360	296,154	285,20
296,255	296,131	295,943	296,365	296,151	285,23
296,261	296,134	295,945	296,370	296,149	285,25
296,258	296,137	295,950	296,374	296,148	285,27
296,255	296,144	295,951	296,372	296,145	285,28
296,246	296,146	295,950	296,370	296,155	285,29
296,244	296,146	295,952	296,367	296,156	285,30
296,245	296,148	295,950	296,365	296,152	285,28

Tabla 10.A: Cálculo de presiones de vapor debido a cada Temperatura del aire registrada por cada Sensor dentro del volumen para una temperatura Nominal de 23°C y 50 % HR.

Sensor 1 [e (T)]	Sensor 2 [e (T)]	Sensor 3 [e (T)]	Sensor 4 [e (T)]	Sensor 5 (ref.) [e (T)]	Punto de rocío [e (Td)]
2827,75	2808,99	2774,66	2845,77	2811,38	1413,92
2827,93	2808,83	2775,17	2846,63	2811,89	1412,06
2829,81	2807,81	2775,50	2846,97	2811,72	1407,41
2828,96	2807,81	2776,01	2847,83	2811,21	1410,20
2829,98	2808,32	2776,34	2848,69	2810,87	1412,06
2829,47	2808,83	2777,18	2849,38	2810,69	1413,92
2828,96	2810,02	2777,35	2849,04	2810,19	1414,85
2827,42	2810,36	2777,18	2848,69	2811,89	1415,79
2827,08	2810,36	2777,52	2848,18	2812,06	1416,72
2827,25	2810,70	2777,18	2847,84	2811,38	1414,85
$e(t) = \exp\left(\sum_{i=0}^6 a_i T^{i-2} + a_7 \ln T\right)$					$e(td) = \exp\left(\sum_{i=0}^6 a_i Td^{i-2} + a_7 \ln Td\right)$

Tabla 11.A: Cálculo de Humedad relativa a partir de la tabla anterior.

$$HR = \frac{e(td)}{e(t)} * 100 \quad HR = \frac{1413,92}{2827,75} * 100 = 50,00\%$$

Sensor 1 [%HR]	Sensor 2 [%HR]	Sensor 3 [%HR]	Sensor 4 [%HR]	Sensor 5 (ref.) [%HR]
50,00	50,34	50,96	49,68	50,29
49,93	50,27	50,88	49,60	50,22
49,74	50,12	50,71	49,44	50,06
49,85	50,22	50,80	49,52	50,16
49,90	50,28	50,86	49,57	50,24
49,97	50,34	50,91	49,62	50,31
50,01	50,35	50,94	49,66	50,35
50,07	50,38	50,98	49,70	50,35
50,11	50,41	51,01	49,74	50,38
50,04	50,34	50,95	49,68	50,33

En primer lugar, se calculan los promedios temporales para las mediciones registradas en la tabla 11.A y se obtienen los valores de la tabla 12.A.

Promedio Sensor 1 [%HR]	Promedio Sensor 2 [%HR]	Promedio Sensor 3 [%HR]	Promedio Sensor 4 [%HR]	Promedio Sensor 5 [%HR]
49,96	50,31	50,90	49,62	50,27

Luego se determinan las diferencias de cada humedad relativa registrada por los sensores con su respectivo promedio temporal, obteniendo:

Tabla 12.A: Diferencias de humedad por cada sensor con su promedio.

$ \bar{H}_1 - H_{1,i} $ [%HR]	$ \bar{H}_2 - H_{2,i} $ [%HR]	$ \bar{H}_3 - H_{3,i} $ [%HR]	$ \bar{H}_4 - H_{4,i} $ [%HR]	$ \bar{H}_5 - H_{5,i} $ [%HR]
0,04	0,03	0,06	0,06	0,03
0,03	0,03	0,02	0,02	0,05
0,23	0,18	0,19	0,19	0,21
0,11	0,08	0,10	0,10	0,10
0,07	0,02	0,04	0,05	0,03
0,01	0,03	0,01	0,00	0,04
0,05	0,04	0,04	0,04	0,08
0,11	0,07	0,08	0,08	0,08
0,15	0,11	0,11	0,12	0,11
0,08	0,03	0,05	0,06	0,06

Finalmente, la máxima diferencia entre las mediciones corresponde al valor 0,23 [%HR], y la incertidumbre asociada a la estabilidad del volumen de medición será:

$$u(\%HR_{est}) = \frac{|\%HR_{est}|}{\sqrt{3}} = \frac{\text{máx}|\%HR - \%HR_i|}{\sqrt{3}}$$

$$u(\%HR_{est}) = \frac{0,23}{\sqrt{3}} = 0,131\%$$

Por otra parte, para determinar el gradiente o inhomogeneidad del volumen se determinan las diferencias de las mediciones con respecto a la referencia, obteniendo los valores de la tabla 13.A

Tabla 7.A: Diferencias de temperatura entre las mediciones de cada sensor con respecto a la medición del sensor de referencia.

$ H_{ref,i} - H_{1,i} $ [%HR]	$ H_{ref,i} - H_{2,i} $ [%HR]	$ H_{ref,i} - H_{3,i} $ [%HR]	$ H_{ref,i} - H_{4,i} $ [%HR]
0,01	0,00	0,03	0,04
0,02	0,02	0,03	0,03
0,02	0,03	0,02	0,03
0,01	0,02	0,00	0,00
0,03	0,01	0,01	0,02
0,03	0,00	0,03	0,04
0,03	0,03	0,04	0,04
0,03	0,01	0,00	0,00
0,04	0,01	0,01	0,01
0,02	0,03	0,01	0,00

Donde la mayor diferencia resulta ser 0,04 [%HR], obteniendo así una contribución de incertidumbre de:

$$u(\%HR_{grad}) = \frac{|\%HR_{grad}|}{\sqrt{3}} = \frac{\max|\%HR_{ref} - \%HR_i|}{\sqrt{3}} \quad (11.A)$$

$$(\%HR_{grad}) = \frac{|\%HR_{grad}|}{\sqrt{3}} = \frac{0,04}{\sqrt{3}} = 0,02365971 \quad (11.A)$$

$$(\%HR_{grad}) \approx 0,024 \%HR$$

Referencias

- Guía DKD DKD-R 5-7 versión 09/2018
- Hardy, B; ITS-90 Formulations for Vapor Pressure, Frostpoint Temperature, Dewpoint Temperature and Enhancement Factors in the Range -100 to 100 °C;